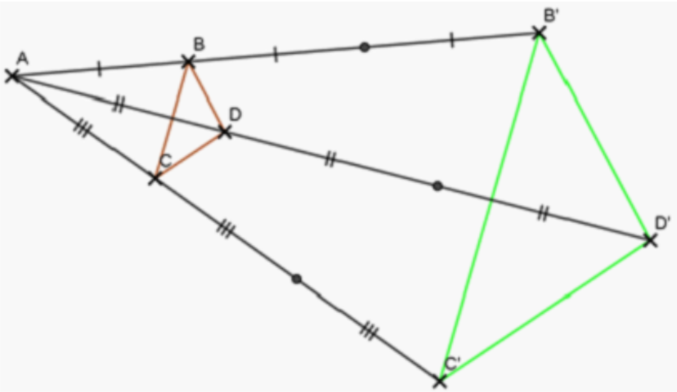
Le théorème de Thalès

I Homothétie (suite)

Définition : Une homothétie de centre O et de rapport k est une transformation du plan qui tranforme un point M en un point M' tel que :

* O, M et M' sont alignés
* $OM' = k \times OM$

Exemple :



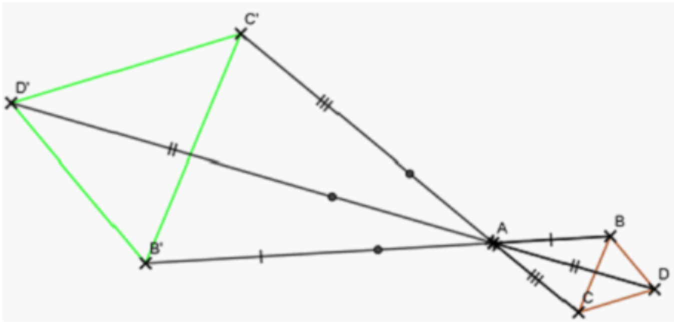
L'homothétie de centre A et de rapport 3 transforme le triangle BCD en B'C'D'.

Propriété : Si M' et N' sont les images respectives de M et de N par une homothétie de rapport *k* positif alors M'N' = *k* x MN

Homothétie de rapport négatif

Les images sont reportées de "l'autre côté" du centre.

Exemple :



B'C'D' est l'image de BCD par l'homothétie de centre A et de rapport -3.

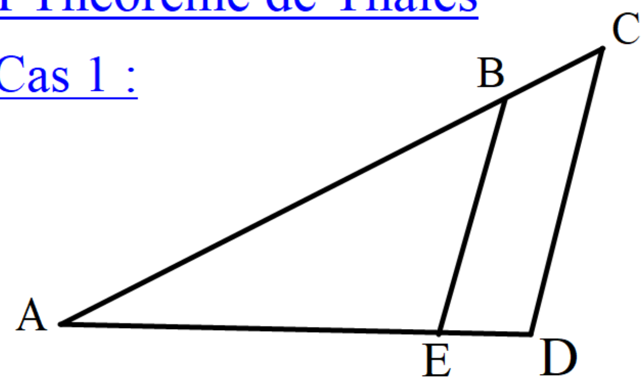
Remarque : Si une figure est l'image d'une autre par une homothétie de rapport k alors : (valeur numérique = nombre sans son signe)

* Si la valeur numérique de k est supérieure à 1, on appelle cela un agrandissement.

* Si la valeur numérique de k est inférieure à 1, c'est une réduction.

II Théorème de Thalès

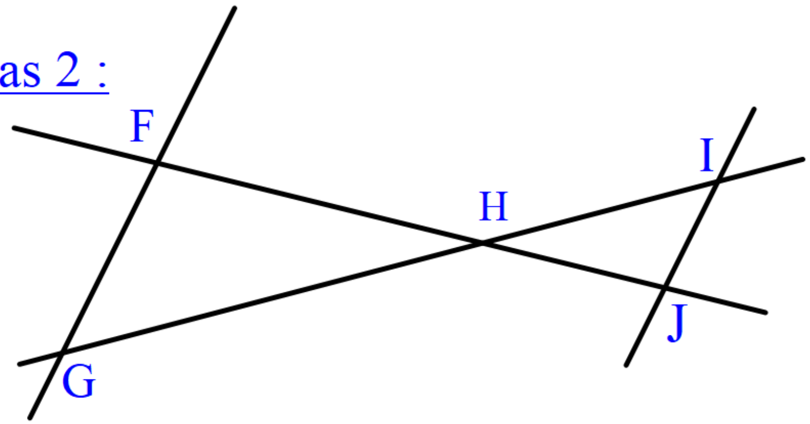
Cas 1 :



$$\Longrightarrow \frac{AB}{AC}=\frac{AE}{AD}=\frac{BE}{CD}$$

(BE) et (CD) sont parallèles

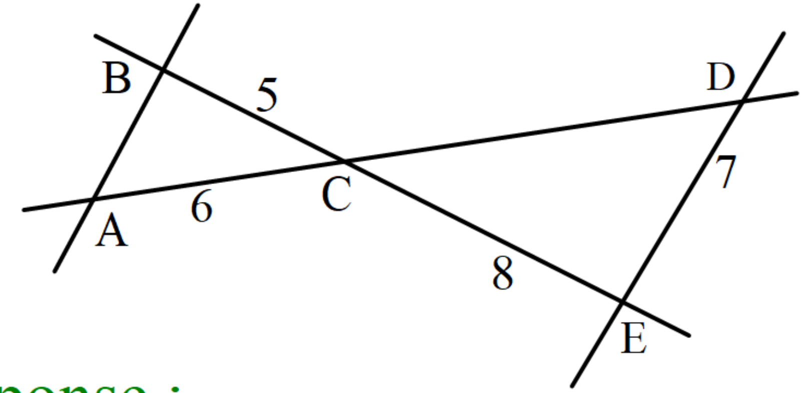
Cas 2 :



Si (FG) et (IJ) sont parallèles alors $\frac{FH}{HJ}=\frac{FG}{IJ}=\frac{GH}{HI}$

Remarque : Pour écrire les trois fractions égales, penser à bien repérer les deux triangles semblables.

III Exemple d'application



Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
Donner la mesure de CD et celle de AB.

Réponse :

Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès,

$$\frac{AB}{DE}=\frac{AC}{CD}=\frac{BC}{CE}$$

$$\frac{AB}{7}=\frac{6}{CD}=\frac{5}{8}$$

donc $AB=\frac{7\times5}{8}=4{,}375$ et $CD=\frac{6\times8}{5}=9{,}6$