

I Qu'est-ce qu'une équation/une solution ?

Une équation est une égalité dans laquelle il y a une ou plusieurs inconnue(s).

Exemple : $2x + 3 = (x - 1)^2 + 3x$

Une solution d'une équation, c'est une valeur de l'inconnue qui vérifie l'égalité.

Exemple :

$$2x + 3 = (x - 1)^2 + 3x$$

Est-ce que 2 est une solution de l'équation ?

Si $x = 2$ alors $2x + 3 = 2 \times 2 + 3 = 7$

$$\text{et } (x - 1)^2 + 3x = (2 - 1)^2 + 3 \times 2 = 7$$

Donc 2 est une solution de l'équation.

Si on remplace x par 0, le membre de gauche est égal à 3 et celui de droite est égal à 1 donc 0 n'est pas une solution de l'équation.

On peut calculer que -1 est aussi une solution de l'équation.

Résoudre une équation, c'est trouver la (les) valeurs de l'inconnue qui vérifie(nt) l'égalité.

II Résolution des équations du premier degré

Une équation du premier degré est une équation dans laquelle il n'y a que des termes de degré 1 sous forme développée. (rappel : forme développée = formule un fois que l'on a fait les distributivités). Les équations du premier degré n'ont qu'une unique solution (si elle existe).

Technique :

- On développe les termes à gauche et à droite.
- On met les « x » d'un côté et les nombres de l'autre ; ce qui change de côté change de signe.
- On réduit et on finit par une division. Le terme qui est multiplié du côté du « x » devient.

Remarques :

- « passer » des termes de gauche à droite en les changeant de signe vient du fait que ce que l'on enlève d'un côté, on l'enlève également de l'autre côté de l'égalité.
- Une équation peut ne pas avoir de solution. C'est quand l'on arrive à une égalité incohérente.

Exemples :

$$\begin{aligned}7x - 3 &= 2x + 4 \\7x - 2x &= 4 + 3 \\5x &= 7 \\x &= \frac{7}{5} \\x &= 1,4\end{aligned}$$

Autre exemple, une équation qui se ramène à une équation du premier degré :

$$\begin{aligned}(4x + 3)(3x - 8) &= 3x - 2x(5 - 6x) \\12x^2 - 32x + 9x - 24 &= 3x - 10x + 12x^2 \\~~12x^2~~ - 32x + 9x - ~~12x^2~~ + 10x &= 24 \\-13x &= 24 \\x &= -\frac{24}{13}\end{aligned}$$

Une équation qui n'a pas de solution :

$$(2x - 2)(2x + 4) = 4x(x + 1) - 7$$

$$4x^2 + 8x - 4x - 8 = 4x^2 + 4x - 7$$

$$4x^2 + 8x - 4x - 4x^2 - 4x = -7 + 8$$

$$0 = 1$$