

I Rappel

On note a^n , se dit « a puissance n », le nombre

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}$$

Exemples :

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

$$7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$$



Ne jamais confondre a^n et $a \times n$

Par exemple : $7^3 = 343$ alors que $7 \times 3 = 21$

Quelques cas particuliers :

1) Quel que soit le nombre n , on a $n^1 = n$

$$\text{Exemple : } 18,31^1 = 18,31$$

$$(-3)^1 = -3$$

2) Quel que soit le nombre n non nul, on a $n^0 = 1$

$$\text{Exemple : } 37^0 = 1$$

$$(-25)^0 = 1$$

Puissance négative d'un nombre

Quel que soit le nombre a non nul et le nombre entier n ,

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\text{Exemples : } 5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$$

$$10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100\,000}$$

Écriture scientifique

Mettre un nombre en écriture scientifique, c'est l'écrire sous la forme :

$$a \times 10^n$$

avec a compris entre 1 et 10 (=un seul chiffre avant la virgule)

Dans cette écriture 10^n est appelé l'ordre de grandeur du nombre.

$$\text{Exemple : } 437\,000\,000 = 4,37 \times 10^8$$

$$0,000\,000\,57 = 5,7 \times 10^7$$

II Formule sur les puissances

1) Quel que soit le nombre a et les entiers n et p , on a :

$$a^n \times a^p = a^{n+p}$$

$$\text{Exemples : } 5^3 \times 5^8 = 5^{11}$$

$$5^{-7} \times 5^9 = 5^2$$

Preuve :

$$= \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_n \times \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_p$$

2) Quel que soit le nombre a et les entiers n et p , on a :

$$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$$

$$\text{Exemples : } \frac{5^3}{5^8} = 5^{-5}$$

$$5^{-7} \div 5^9 = 5^{-7-9} = 5^{-16}$$

3) Quel que soit le nombre a et les entiers n et p , on a :

$$(a^n)^p = a^{n \times p}$$

$$\text{Exemples : } (5^3)^4 = 5^{12}$$

$$(5^{-7})^{-3} = 5^{21}$$

Utilisation des formules

Prenons l'exemple du calcul de la force de gravitation attirant la Terre et le Soleil. Sa valeur est donnée par la formule

$$F = G \times \frac{m_T \times m_S}{d^2}$$

- F est donc la force de gravitation exprimée en N (Newton)
- G est la constante de gravitation universelle $\approx 6 \times 10^{-11}$
- m_T est la masse de la Terre $\approx 6 \times 10^{24}$ kg
- m_S est la masse du Soleil $\approx 2 \times 10^{30}$ kg
- d est la distance Terre/Soleil $\approx 1,5 \times 10^{11}$ m

La force de gravitation entre la Terre et le Soleil est donc

$$F = 6 \times 10^{-11} \times \frac{6 \times 10^{24} \times 2 \times 10^{30}}{(1,5 \times 10^{11})^2}$$

$$F = \frac{6 \times 6 \times 2}{1,5^2} \times \frac{10^{-11} \times 10^{24} \times 10^{30}}{(10^{11})^2}$$

Il n'y a que de multiplication, on peut calculer les nombres d'un côté, les puissances de 10 de l'autre

$$F = \frac{72}{2,25} \times \frac{10^{-11+24+30}}{10^{11 \times 2}}$$

$$a^n \times a^p = a^{n+p}$$

$$(a^n)^p = a^{n \times p}$$

$$F = 32 \times \frac{10^{43}}{10^{22}}$$

$$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$$

$$F = 32 \times 10^{43-22}$$

$$F = 32 \times 10^{21}$$

$$F = 3,2 \times 10^{22}$$