

## I Nombres premiers

Définition : Un nombre premier est un nombre qui a exactement deux diviseurs : 1 et lui-même. (=nombre que l'on ne peut pas décomposer en une multiplication ne comportant pas 1).

Remarque : 2 est le seul nombre premier pair puisque si un nombre est pair et supérieur à 2 alors il est divisible par 2.

Exemples : Les dix premiers nombres premiers sont

2 3 5 7 11 13 17 19 23 29

Propriété : Il y a une infinité de nombres premiers.

## II Théorème fondamental de l'algèbre

**Théorème : Tout nombre entier se décompose de façon unique en un produit de nombres premiers à l'ordre des facteurs près.**

Remarque : « de façon unique » signifie que quelle que soit la méthode que nous utilisons pour décomposer le nombre, nous obtiendrons la même chose.

Exemples :

$120 = 2 \times 60$	$120 = 12 \times 10$
$= 2 \times 2 \times 30$	$= 6 \times 2 \times 2 \times 5$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 15$	$= 2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 5$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$	

Remarque : Par convention, on écrit les nombres dans la décomposition du plus petit au plus grand (ainsi, la décomposition est unique puisque l'ordre est unique aussi)

### III Critères de divisibilité à connaître

Un nombre est :

- \* Divisible par 2 si il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8.
- \* Divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- \* Divisible par 5 si il se termine par 0 ou 5.
- \* Divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
- \* Divisible par 10 si il se termine par 0.

### IV Applications de la décomposition

#### 1) Simplification de fractions

Lorsque l'on a la décomposition du numérateur et du dénominateur d'une fraction, pour simplifier la fraction, il suffit d'éliminer les facteurs en commun.

Exemples :  $120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$

$924 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 11$

$$\text{Donc } \frac{120}{924} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times \cancel{3} \times 5}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times 7 \times 11} = \frac{2 \times 5}{7 \times 11} = \frac{10}{77}$$

#### 2) Trouver un multiple de deux nombres

La décomposition d'un multiple commun à deux nombres contient tous les facteurs des décompositions des deux nombres.

Exemples :  $120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$

$126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7$

Pour trouver un multiple commun, il suffit de rajouter à 120 les facteurs qui sont dans 126 et qui manque.

Donc un multiple de 120 et 126 est  $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 3 \times 7$

Ce qui fait 2520. 2520 est bien dans la table de 120 et de 126 puisque  $2520 = 120 \times 3 \times 7$  et  $2520 = 126 \times 2 \times 2 \times 5$ .