

I Définitions

On note a^n , se dit « a puissance n », le nombre

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}$$

Exemples :

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

$$7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$$



Ne jamais confondre a^n et $a \times n$

Par exemple : $7^3 = 343$ alors que $7 \times 3 = 21$

Utilisation de la calculatrice :

La touche « puissance » sur la calculatrice est



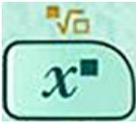
ou



Exemple : 6^4 correspond à



(sur Texas Instrument)

6  4  (sur Casio) ou 6^4B (sur Casio)

Quelques cas particuliers :

1) Quel que soit le nombre n , on a $n^1 = n$

Exemple : $18,31^1 = 18,31$

$$(-3)^1 = -3$$

2) Quel que soit le nombre n non nul, on a $n^0 = 1$

Exemple : $37^0 = 1$

$$(-25)^0 = 1$$

II Puissances d'un nombre négatif

Rappel : Quand on multiplie des nombres négatifs, pour connaître le signe du résultat, on compte le nombre de signes « - » que l'on multiplie. Si ce nombre est

Pair alors le résultat est positif

Impair alors le résultat est négatif

Remarque : On ne compte que les nombres négatifs, pas les positifs.

La technique est donc la même quand on élève à une puissance un nombre négatif. Si la puissance est paire, le nombre est positif, si la puissance est impaire, le nombre est négatif.

Exemples : $(-3)^4$ est positif car 4 est pair. $(-3)^4 = 81$

$(-2)^7$ est négatif car 7 est impair. $(-2)^7 = -128$



NE PAS CONFONDRE $(-3)^4$ et -3^4

$$(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = +81$$

$$-3^4 = -3 \times 3 \times 3 \times 3 = -81$$

III Puissance négative d'un nombre

Quel que soit le nombre a non nul et le nombre entier n ,

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Exemples : $5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$

$$10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100\,000}$$

IV Puissance négative d'un nombre

Si n est un nombre entier positif alors 10^n s'écrit un 1 avec n zéros derrière.

$$\text{Exemple : } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$$

$$10^6 = 1\ 000\ 000$$

$$10^8 = 100\ 000\ 000$$

Multiplier par $\begin{bmatrix} 10 \\ 100 \\ 1000 \end{bmatrix}$ Revient à déplacer la virgule $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$
de

rang(s) vers la droite.

Conséquence : Si n est un nombre entier positif :

Multiplier par 10^n revient à déplacer la virgule de n rangs vers la droite.

De même si n est un nombre entier positif alors 10^{-n} s'écrit un 0,000...001 avec le 1 au n -ième rang après la virgule. Et ainsi

Multiplier par 10^{-n} revient à déplacer la virgule de n rangs vers la gauche.

IV Écriture scientifique

Mettre un nombre en écriture scientifique, c'est l'écrire sous la forme :

$$a \times 10^n$$

avec a compris entre 1 et 10 (=un seul chiffre avant la virgule)

Dans cette écriture 10^n est appelé l'ordre de grandeur du nombre.

$$\text{Exemple : } 437\ 000\ 000 = 4,37 \times 10^8$$

$$0,000\ 000\ 57 = 5,7 \times 10^7$$

Comparer des nombres en écriture scientifique

Si deux nombres sont écrits en écriture scientifique, le plus grand est celui qui a le plus ordre de grandeur. En cas d'égalité, on regarde le nombre placé devant.

Exemple : $4,5 \times 10^{18} > 7,31 \times 10^{14}$ car $18 > 14$

$5,31 \times 10^{-12} < 8,2 \times 10^{-8}$ car $-12 < -8$

$8,4 \times 10^{12} > 7,2 \times 10^{12}$ (ils ont le même ordre de grandeur)

V Un exemple en cumulant tout

Calcul approximatif de la force de gravité s'exerçant entre l'ISS et la Terre : (toutes les unités ont été enlevées)

Calculer $\frac{G \times m_A \times m_B}{d^2}$ avec $G = 7 \times 10^{-11}$, $m_A = 6 \times 10^{24}$

$m_B = 4 \times 10^5$ et $d = 7 \times 10^6$

$$\begin{aligned} \text{On a donc } \frac{G \times m_A \times m_B}{d^2} &= \frac{7 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times 4 \times 10^5}{(7 \times 10^6)^2} \\ &= \frac{7 \times 6 \times 4 \times 10^{-11} \times 10^{24} \times 10^5}{7 \times 10^6 \times 7 \times 10^6} \\ &= \frac{\cancel{7} \times 6 \times 4 \times 10^{-11} \times 10^{24} \times 10^5}{\cancel{7} \times 10^6 \times 7 \times 10^6} \\ &= \frac{24 \times 10^{-11+24+5}}{7 \times 10^{6+6}} \\ &= \frac{24}{7} \times \frac{10^{18}}{10^{12}} \\ &= \frac{24}{7} \times 10^{18-12} \\ &\approx 3,4 \times 10^6 \end{aligned}$$