

I Vocabulaire

Expérience aléatoire : Expérience dont on connaît toutes les issues possibles mais dont on ne peut pas savoir le résultat avec certitude.

Exemples : loto, poker, jet de dé, pile ou face...

Issues d'une expérience : Résultat possible (aussi appelé « évènement élémentaire »).

Exemple : On lance un dé à 6 faces.

Les issues sont 1, 2, 3, 4, 5 et 6.

Evènement : Ensemble d'issues.

Exemple : On lance un dé à 6 faces. "obtenir un nombre pair" est un évènement. Il est réalisé par les issues 2, 4 et 6.

Evènement : Fréquence théorique de l'évènement dans l'expérience. C'est-à-dire que si on réalise un très grand nombre de fois l'expérience, la proportion des fois où l'évènement va se réaliser va se rapprocher de sa probabilité.

Exemples :

1) Je lance un dé à 6 faces équilibré. La probabilité de l'évènement "j'obtiens 3" est de $\frac{1}{6}$ donc si je lance un milliard de fois le dé, en moyenne, je devrais obtenir $\frac{1}{6}$ des tirages qui ont donné 3.

2) Je lance deux pièces équilibrées. La probabilité que les deux pièces aient fait pile est de $\frac{1}{4}$. Si je lance un très grand nombre de fois mes deux pièces, environ $\frac{1}{4}$ des tirages auront pour résultat "Pile et Pile".

Evènement certain : Evènement qui est toujours réalisé.

Exemple : Je lance un dé à 6 faces. L'évènement "le résultat est inférieur à 10" est un évènement certain.

La probabilité d'un évènement certain est 1.

$P(\text{"obtenir moins de 10"}) = 1.$

Evènement impossible : Evènement qui ne peut pas se produire.

Exemple : Je lance un dé à 6 faces. L'évènement "le résultat est 14" est un évènement impossible.

La probabilité d'un évènement certain est 0.

$P(\text{"obtenir 14"}) = 0.$

Evènements incompatibles : Deux évènements sont dits incompatibles s'ils ne peuvent pas être réalisés en même temps.

Exemple : Je tire une carte dans un jeu de 52 cartes.

Soit A l'évènement A = "La carte est la dame de cœur"

Soit B l'évènement B = "La carte est un trèfle"

Les deux évènements A et B sont incompatibles.

Evènements contraires : Deux évènements sont dits contraires s'ils sont incompatibles et qu'ils regroupent toutes les issues.

Exemple : Je tire une carte dans un jeu de 52 cartes.

Soit A l'évènement A = "La carte est la dame de cœur"

Soit B l'évènement B = "La carte est tout sauf la dame de cœur"

Les deux évènements A et B sont contraires.

Si on a un évènement alors on note \bar{A} son évènement contraire.

On a alors $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

Exemple : Je tire une carte dans un jeu de 52 cartes.

Soit A l'évènement A = "La carte est la dame de cœur"

Soit \bar{A} est donc l'évènement = "La carte est tout sauf la dame de cœur"

$$P(A) = \frac{1}{52} \text{ et donc on a } P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{52} = \frac{52}{52} - \frac{1}{52} = \frac{51}{52}$$

I Calcul de probabilités

Dans le cas où toutes les issues sont équiprobables (c'est-à-dire que chaque issue a la même probabilité d'être réalisée), on calcule la probabilité d'un évènement grâce à la formule :

$$\frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre total d'issues}}$$

Exemple : Je lance deux dés à 6 faces bien équilibrés et j'ajoute les résultats des deux dés.

Soit A l'évènement A= "j'obtiens 5"

Voici l'ensemble des tirages possibles, ils sont tous équiprobables :

1 1	2 1	3 1	4 1	5 1	6 1
1 2	2 2	3 2	4 2	5 2	6 2
1 3	2 3	3 3	4 3	5 3	6 3
1 4	2 4	3 4	4 4	5 4	6 4
1 5	2 5	3 5	4 5	5 5	6 5
1 6	2 6	3 6	4 6	5 6	6 6

Il y a 4 cas favorables parmi les 36 cas possibles. La probabilité de l'évènement A est donc $P(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

Dans le cas d'un tir sur cible, on calcule la probabilité de tomber dans une zone grâce à la formule :

$$\frac{\text{aire de la zone visée}}{\text{aire totale}}$$

Si deux évènements sont incompatibles, la probabilité que l'un des deux évènements se produise est la somme de leurs probabilités.

Exemple : Je lance deux dés à 6 faces bien équilibrés et j'ajoute les résultats des deux dés.

Soit A l'évènement A= "j'obtiens 5"

Soit B l'évènement B= "j'obtiens 7"

On a $P(A) = \frac{1}{9}$ et $P(B) = \frac{1}{6}$

L'évènement C = "j'obtiens 5 ou 7" a pour probabilité

$$P(C) = \frac{1}{9} + \frac{1}{6} = \frac{2}{18} + \frac{3}{18} = \frac{5}{18}$$

Si deux expériences sont réalisées successivement, si A est un évènement de la première expérience et B un évènement de la deuxième, la probabilité que les deux évènements A et B aient lieu est le produit des probabilités de A et de B.

$$P(A \text{ et } B) = P(A) \times P(B)$$

Exemple : Je lance une pièce de monnaie et un dé à 6 faces. Si je fais "pile", je double le résultat du dé et si je fais "face", je triple le résultat. Quelle est la probabilité de D = "j'obtiens 18" ?

Pour obtenir 18, je dois faire "face", ce qui a une probabilité de $\frac{1}{2}$

et je dois faire 6 sur le dé, ce qui a une probabilité de $\frac{1}{6}$.

Donc la probabilité d'obtenir 18 est :

$$P(D) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$