

I Vocabulaire

Expérience aléatoire : Expérience dont on connaît toutes les issues possibles mais dont on ne peut pas savoir le résultat avec certitude.

Exemples : loto, poker, jet de dé, pile ou face...

Issues d'une expérience : Résultat possible (aussi appelé « événement élémentaire »).

Exemple : On lance un dé à 6 faces.

Les issues sont 1, 2, 3, 4, 5 et 6.

Évènement : Ensemble d'issues.

Exemple : On lance un dé à 6 faces. "obtenir un nombre pair" est un évènement. Il est réalisé par les issues 2, 4 et 6.

Evènement : Fréquence théorique de l'évènement dans l'expérience. C'est-à-dire que si on réalise un très grand nombre de fois l'expérience, la proportion des fois où l'évènement va se réaliser va se rapprocher de sa probabilité.

Exemples :

1) Je lance un dé à 6 faces équilibré. La probabilité de l'évènement "j'obtiens 3" est de $\frac{1}{6}$ donc si je lance un milliard de fois le dé, en moyenne, je devrais obtenir $\frac{1}{6}$ des tirages qui ont donné 3.

2) Je lance deux pièces équilibrées. La probabilité que les deux pièces aient fait pile est de $\frac{1}{4}$. Si je lance un très grand nombre de fois mes deux pièces, environ $\frac{1}{4}$ des tirages auront pour résultat "Pile et Pile".

Evènement certain : Evènement qui est toujours réalisé.

Exemple : Je lance un dé à 6 faces. L'évènement "le résultat est inférieur à 10" est un évènement certain.

La probabilité d'un évènement certain est 1.

$P(\text{"obtenir moins de 10"}) = 1.$

Evènement impossible : Evènement qui ne peut pas se produire.

Exemple : Je lance un dé à 6 faces. L'évènement "le résultat est 14" est un évènement impossible.

La probabilité d'un évènement certain est 0.

$P(\text{"obtenir 14"}) = 0.$

Evènements incompatibles : Deux évènements sont dits incompatibles s'ils ne peuvent pas être réalisés en même temps.

Exemple : Je tire une carte dans un jeu de 52 cartes.

Soit A l'évènement A = "La carte est la dame de cœur"

Soit B l'évènement B = "La carte est un trèfle"

Les deux évènements A et B sont incompatibles.

Evènements contraires : Deux évènements sont dits contraires s'ils sont incompatibles et qu'ils regroupent toutes les issues.

Exemple : Je tire une carte dans un jeu de 52 cartes.

Soit A l'évènement A = "La carte est la dame de cœur"

Soit B l'évènement B = "La carte est tout sauf la dame de cœur"

Les deux évènements A et B sont contraires.

Si on a un évènement alors on note \bar{A} son évènement contraire.

On a alors $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

Exemple : Je tire une carte dans un jeu de 52 cartes.

Soit A l'évènement A = "La carte est la dame de cœur"

Soit \bar{A} est donc l'évènement = "La carte est tout sauf la dame de cœur"

$$P(A) = \frac{1}{52} \text{ et donc on a } P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{52} = \frac{52}{52} - \frac{1}{52} = \frac{51}{52}$$

I Calcul de probabilités

Dans le cas où toutes les issues sont équiprobables (c'est-à-dire que chaque issue a la même probabilité d'être réalisée), on calcule la probabilité d'un évènement grâce à la formule :

$$\frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre total d'issues}}$$

Exemple : Je lance deux dés à 6 faces bien équilibrés et j'ajoute les résultats des deux dés.

Soit A l'évènement A= "j'obtiens 5"

Voici l'ensemble des tirages possibles, ils sont tous équiprobables :

1 1	2 1	3 1	4 1	5 1	6 1
1 2	2 2	3 2	4 2	5 2	6 2
1 3	2 3	3 3	4 3	5 3	6 3
1 4	2 4	3 4	4 4	5 4	6 4
1 5	2 5	3 5	4 5	5 5	6 5
1 6	2 6	3 6	4 6	5 6	6 6

Il y a 4 cas favorables parmi les 36 cas possibles. La probabilité de l'évènement A est donc $P(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

Dans le cas d'un tir sur cible, on calcule la probabilité de tomber dans une zone grâce à la formule :

$$\frac{\text{aire de la zone visée}}{\text{aire totale}}$$

Si deux évènements sont incompatibles, la probabilité que l'un des deux évènements se produise est la somme de leurs probabilités.

Exemple : Je lance deux dés à 6 faces bien équilibrés et j'ajoute les résultats des deux dés.

Soit A l'évènement A= "j'obtiens 5"

Soit B l'évènement B= "j'obtiens 7"

On a $P(A) = \frac{1}{9}$ et $P(B) = \frac{1}{6}$

L'évènement C = "j'obtiens 5 ou 7" a pour probabilité

$$P(C) = \frac{1}{9} + \frac{1}{6} = \frac{2}{18} + \frac{3}{18} = \frac{5}{18}$$

Si deux expériences sont réalisées successivement, si A est un évènement de la première expérience et B un évènement de la deuxième, la probabilité que les deux évènements A et B aient lieu est le produit des probabilités de A et de B.

$$P(A \text{ et } B) = P(A) \times P(B)$$

Exemple : Je lance une pièce de monnaie et un dé à 6 faces. Si je fais "pile", je double le résultat du dé et si je fais "face", je triple le résultat. Quelle est la probabilité de D = "j'obtiens 18" ?

Pour obtenir 18, je dois faire "face", ce qui a une probabilité de $\frac{1}{2}$

et je dois faire 6 sur le dé, ce qui a une probabilité de $\frac{1}{6}$.

Donc la probabilité d'obtenir 18 est :

$$P(D) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

III Arbre probabilisé

Lorsque l'on fait une expérience aléatoire, on peut la représenter sous la forme d'un arbre probabilisé. On met sur les arêtes la probabilité du chemin.

La probabilité d'une issue est le produit des probabilités rencontrées sur le chemin y menant.

Si un évènement rassemble plusieurs issues, on ajoute les probabilités des issues.

Autrement dit :

On multiplie pour trouver la probabilité d'une issue et à la fin on ajoute les probabilités des issues qui nous intéresse.

Exemple : On possède un dé à 6 faces où les faces sont marquées 1, 1, 1, 2, 2 et 3. Autrement dit, la probabilité de faire 1 est $\frac{1}{2}$, celle de faire 2 est $\frac{1}{3}$ et celle de faire 3 est $\frac{1}{6}$.

On lance deux fois ce dé et on multiplie les résultats.

Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre impair ?

