# Les puissances

## I Définitions

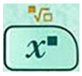
On note $a^n$, se dit « *a* puissance *n* », le nombre

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}$$

Exemples :
$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$
$7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$

Ne jamais confondre $a^n$ et $a \times n$
Par exemple : $7^3 = 343$ alors que $7 \times 3 = 21$

### Utilisation de la calculatrice :

La touche « puissance » sur la calculatrice est  ou 


Exemple : $6^4$ correspond à 

(sur Texas Instrument)

6  4 

(sur Casio)

### Quelques cas particuliers :

1) Quel que soit le nombre *n*, on a $n^1 = n$

Exemple : $18{,}31^1 = 18{,}31$
$(-3)^1 = -3$

2) Quel que soit le nombre *n* non nul, on a $n^0 = 1$

Exemple : $37^0 = 1$
$(-25)^0 = 1$

## II Puissances d'un nombre négatif

Rappel : Quand on multiplie des nombres négatifs, pour connaître le signe du résultat, on compte le nombre de signes « - » que l'on multiplie. Si ce nombre est

Pair alors le résultat est positif
Impair alors le résultat est négatif

Remarque : On ne compte que les nombres négatifs, pas les positifs.

La technique est donc la même quand on élève à un puissance un nombre négatif. Si la puissance est paire, le nombre est positif, si la puissance est impaire, le nombre est négatif.

Exemples : $(-3)^4$ est positif car 4 est pair. $(-3)^4 = 81$
$(-2)^7$ est négatif car 7 est impair. $(-2)^7 = -128$

NE PAS CONFONDRE $(-3)^4$ et $-3^4$
$(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = +81$
$-3^4 = -3 \times 3 \times 3 \times 3 = -81$

## III Puissance négative d'un nombre

Quel que soit le nombre *a* non nul et le nombre entier *n*,

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Exemples : $5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$ $\qquad$ $10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100\ 000}$

## IV Puissance négative d'un nombre

Si *n* est un nombre entier positif alors $10^n$ s'écrit un 1 avec *n* zéros derrière.

Exemple : $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$

$10^6 = 1\ 000\ 000$

$10^8 = 100\ 000\ 000$

Multiplier par $\begin{Bmatrix} 10 \\ 100 \\ 1000 \end{Bmatrix}$ revient à déplacer la virgule $\begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{Bmatrix}$ rang(s) vers la droite

Conséquence : Si *n* est un nombre entier positif :

**Multiplier par $10^n$ revient à déplacer la virgule de *n* rangs vers la droite.**

De même si *n* est un nombre entier positif alors $10^{-n}$ s'écrit un 0,000….001 avec le 1 au n-ième rang après la virgule. Et ainsi

**Multiplier par $10^{-n}$ revient à déplacer la virgule de *n* rangs vers la gauche.**

## IV Écriture scientifique

Mettre un nombre en écriture scientifique, c'est l'écrire sous la forme :

$$a \times 10^n$$

avec a compris entre 1 et 10 (= un seul chiffre avant la virgule)

Dans cette écriture $10^n$ est appelé l'ordre de grandeur du nombre.

Exemple : $437\ 000\ 000 = 4{,}37 \times 10^8$

$0{,}000\ 000\ 57 = 5{,}7 \times 10^7$

## Comparer des nombres en écriture scientifique

Si deux nombres sont écrits en écriture scientifique, le plus grand est celui qui a le plus ordre de grandeur. En cas d'égalité, on regarde le nombre placé devant.

Exemple : $4{,}5 \times 10^{18} > 7{,}31 \times 10^{14}$ car $18 > 14$

$5{,}31 \times 10^{-12} < 8{,}2 \times 10^{-8}$ car $-12 < -8$

$8{,}4 \times 10^{12} > 7{,}2 \times 10^{12}$ (ils ont le même ordre de grandeur)

## V Un exemple en cumulant tout

Calcul approximatif de la force de gravité s'exerçant entre l'ISS et la Terre : (toutes les unités ont été enlevées)

Calculer $\frac{G \times m_A \times m_B}{d^2}$ avec $G = 7 \times 10^{-11}$, $m_A = 6 \times 10^{24}$, $m_B = 4 \times 10^5$ et $d = 7 \times 10^6$

On a donc $\frac{G \times m_A \times m_B}{d^2} = \frac{7 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times 4 \times 10^5}{(7 \times 10^6)^2} = \frac{7 \times 6 \times 4 \times 10^{-11} \times 10^{24} \times 10^5}{7 \times 10^6 \times 7 \times 10^6} = \frac{7 \times 6 \times 4 \times 10^{-11} \times 10^{24} \times 10^5}{7 \times 10^6 \times 7 \times 10^6}$

$$= \frac{24 \times 10^{-11+24+5}}{7 \times 10^{6+6}} = \frac{24}{7} \times \frac{10^{18}}{10^{12}} = \frac{24}{7} \times 10^{18-12} \approx 3{,}4 \times 10^6$$